

PREDIKSI PERGERAKAN NILAI TUKAR RUPIAH TERHADAP DOLAR AMERIKA SERIKAT MENGGUNAKAN *HIDDEN MARKOV MODEL (HMM)*

Mahmudi dan Ardi

Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi,
Universitas Islam Negeri Syarif Hidayatullah Jakarta
Email: mahmud.mathlovers@gmail.com

Abstract: This study discusses about prediction of movement of Rupiah against US Dollar using Hidden Markov Model (HMM). The exchange rate of rupiah which studied is exchange rate of purchasing and exchange rate of selling of US Dollar to Rupiah. The exchange rate of purchasing and exchange rate of selling is divided into four states, namely down large, down small, small rise, and large rise are symbolized respectively S_1 , S_2 , S_3 , and S_4 . Probability of sequences of observation for three days later are computed by Forward and Backward Algorithm. While the sequences of observation which optimized be obtained by Viterbi Algorithm. The sequences of observation which optimized within exchange rate of purchase is $X^* = \{S_3, S_2, S_3\}$ and within exchange rate of sale is $X^* = \{S_2, S_3, S_2\}$. The last step is estimate of parameter which optimized using Baum-Welch Algorithm.

Keywords: Hidden Markov Model, Forward Algorithm, Backward Algorithm, Viterbi Algorithm, Baum-Welch Algorithm.

Abstrak: Penelitian ini membahas prediksi pergerakan nilai tukar Rupiah terhadap Dolar Amerika Serikat menggunakan *Hidden Markov Model (HMM)*. Nilai tukar Rupiah yang dikaji adalah kurs beli dan kurs jual Dolar Amerika Serikat terhadap Rupiah. Kurs beli maupun kurs jual dibagi menjadi empat keadaan yaitu turun besar, turun kecil, naik kecil dan naik besar yang masing-masing disimbolkan S_1, S_2, S_3 , dan S_4 . Peluang barisan observasi tiga hari ke depan dihitung dengan algoritma Forward dan Backward. Sedangkan barisan observasi yang optimal diperoleh menggunakan algoritma Viterbi. Barisan observasi yang optimal pada kurs beli adalah $X^* = \{S_3, S_2, S_3\}$ dan kurs jual adalah $X^* = \{S_2, S_3, S_2\}$. Tahap terakhir yang dilakukan adalah penaksiran parameter yang optimal menggunakan algoritma Baum-Welch.

Kata kunci: *Hidden Markov Model*, Algoritma *Forward*, Algoritma *Backward*, Algoritma *Viterbi*, Algoritma *Baum-Welch*.

PENDAHULUAN

Salah satu indikator penting dalam menganalisis perekonomian Indonesia adalah nilai tukar Rupiah terhadap Dolar Amerika Serikat. Nilai tukar menjadi penting karena mempunyai dampak yang luas terhadap perekonomian secara keseluruhan. Sebagai contoh, menurut [1] nilai tukar rupiah berpengaruh signifikan terhadap pergerakan Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG). Hal ini dapat dijelaskan bahwa terjadinya apresiasi kurs Rupiah terhadap Dolar akan memberikan dampak terhadap perkembangan pemasaran produk Indonesia di luar negeri,

terutama dalam hal persaingan harga [1]. Oleh karena itu, nilai tukar Rupiah sangat mempengaruhi stabilitas perekonomian di Indonesia.

Pergerakan nilai tukar rupiah terhadap Dolar Amerika Serikat bersifat fluktuatif, kadang mengalami pelemahan kadang pula mengalami penguatan, sehingga memprediksinya sangat menarik untuk dikaji. Prediksi besarnya nilai tukar Rupiah telah banyak dilakukan sebagai contoh dengan menggunakan model Markov Switching Vector Autoregressive (MSVAR)[2] dan model Volatilitas Asymmetric Power ARCH (APARCH)[3]. Selain besarnya nilai tukar Rupiah, tingkat perubahan (kenaikan dan penurunan) nilai tukar Rupiah juga menarik untuk dikaji. Salah satu caranya menggunakan Hidden Markov Model.

Penelitian ini menganalisis bagaimana pergerakan nilai tukar Rupiah dengan meninjau tingkat penurunan dan kenaikannya. Selain itu, menentukan besarnya peluang terjadinya barisan perubahan tingkat penurunan dan kenaikan nilai tukar Rupiah dalam satuan waktu tertentu. Metode yang akan digunakan pada penelitian ini adalah *Hidden Markov Models* (HMM). Hidden Markov Models (HMM) adalah perluasan dari rantai Markov dimana distribusi hasil pengamatannya bergantung pada keadaan proses Markov yang tidak teramati (*unobserved*).

LANDASAN TEORI

Pengertian Kurs

Kurs adalah harga satu satuan mata uang asing dalam uang dalam negeri [4]. Dengan kata lain kurs adalah harga suatu mata uang jika ditukarkan dengan mata uang lainnya. Nilai tukar yang sering digunakan adalah nilai tukar Rupiah terhadap Dolar. Karena Dolar adalah mata uang yang relatif stabil dalam perekonomian. Jenis kurs valuta asing :

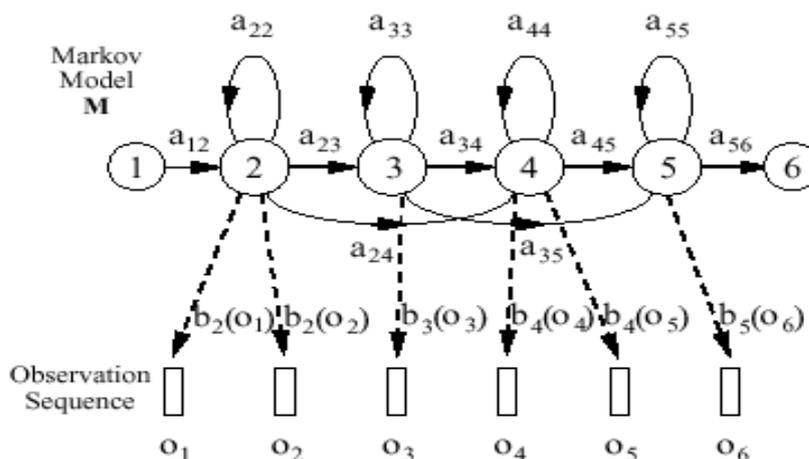
- a. Kurs jual adalah harga yang diberikan oleh bank kepada kita untuk membeli mata uang asing.
- b. Kurs beli adalah harga yang diberikan oleh bank saat kita menukarkan mata uang asing.

Definisi HMM

HMM adalah sebuah proses stokastik ganda di mana salah satu prosesnya tidak dapat diobservasi (*hidden*) [5]. Proses yang tidak diobservasi ini hanya dapat diobservasi melalui proses yang dapat diketahui. Jika $X = \{X_1, X_2, \dots\}$ adalah sebuah proses Markov, dan $O = \{O_1, O_2, \dots\}$ adalah sebuah fungsi dari X , maka X adalah sebuah HMM yang dapat diobservasi melalui O , atau dapat ditulis $O = f(X)$ untuk suatu fungsi f . Parameter X menyatakan *state process* yang tersembunyi (*hidden*), sementara parameter O menyatakan *observation process* yang dapat diobservasi. Untuk ilustrasi HMM dapat dilihat pada Gambar 1 [5]. HMM didefinisikan sebagai 5-tuple (5 pasangan di mana masing-masing anggota bisa berupa himpunan atau ukuran) sebagai berikut:

- 1) Banyaknya elemen keadaan tersembunyi (*hidden state*) pada model yang dinotasikan dengan N .
- 2) Matriks peluang transisi $A = \{a_{ij}\}$ dimana a_{ij} adalah elemen dari A yang merupakan peluang bersyarat dari keadaan pada saat $t + 1$, jika diketahui keadaan X pada saat t , atau $a_{ij} = P(X_{t+1} = j | X_t = i)$ di mana $1 \leq i, j \leq N$. Karena itu A berukuran $N \times N$. Hal yang perlu dijadikan catatan adalah bahwa $a_{ij} \geq 0$ untuk setiap $1 \leq i, j \leq N$ dan $\sum_{j=1}^N a_{ij} = 1$ untuk setiap $1 \leq i, j \leq N$. Artinya jumlah elemen masing-masing baris adalah 1.

- 3) Banyaknya elemen keadaan yang terobservasi, M . M , umumnya tetap, ditentukan oleh pengamat, tetapi M juga bisa dimisalkan sebagai variabel acak. Misalkan variabel acak dari suatu keadaan terobservasi adalah K , $k = 1, 2, \dots, M$.
- 4) Distribusi peluang observasi pada saat t , pada keadaan i , yang biasa dikenal dengan matriks emisi $B = \{b_i(k)\}$, dimana $b_i^k = b_i(k) = P(O_t = k | X_t = i)$, $1 \leq i \leq N$, $1 \leq k \leq M$.
 K adalah observasi pada waktu ke- t bernilai k , jadi B adalah matriks berukuran $N \times M$, dan seperti pada matriks transisi A , jumlah elemen setiap baris adalah 1.
- 5) Keadaan awal $\pi = \{\pi(i)\}$ di mana $\pi(i) = P(X_1 = i)$, $1 \leq i \leq N$.



Gambar 1. Ilustrasi HMM

Istilah *tuple* di atas berkaitan dengan himpunan dan ukuran. Pada HMM himpunannya diwakili oleh variabel acak. Dari definisi di atas, cukup jelas bahwa dari nilai *5-tuple* $\{N, M, A, B \text{ dan } \pi\}$, terdapat tiga komponen yang merupakan ukuran (probabilitas), yaitu $A, B, \text{ dan } \pi$. Akibatnya HMM lebih dikenal dengan notasi $\lambda = \{A, B, \pi\}$ dengan A berukuran $N \times N$ dan B berukuran $N \times M$.

Masalah-Masalah Utama dalam HMM

1. Menghitung Peluang Observasi

Bila diketahui sebuah model $\lambda = (A, B, \pi)$ dan sebuah barisan observasi $O = \{O_1, O_2, \dots, O_T\}$, kemudian akan dihitung $P(O|\lambda)$ yang dapat ditulis sebagai berikut [6]:

$$P(O|\lambda) = \sum_X P(O|X, \lambda)P(X|\lambda)$$

Di mana $X = \{X_1, X_2, \dots, X_T\}$ adalah suatu barisan, $P(O|X, \lambda)$ adalah probabilitas barisan observasi O untuk suatu barisan *state*, X , dan $P(X|\lambda)$ merupakan probabilitas dari X bila diberikan sebuah model. Karena HMM barisan observasi diasumsikan independen, maka

$$P(O|X, \lambda) = \prod_{t=1}^T P(O_t|X_t, \lambda) = b_1(O_1), b_2(O_2), \dots, b_T(O_T).$$

$$P(X|\lambda) = \pi(1)a_{12}a_{23} \dots a_{T-1,T}$$

Sehingga diperoleh,

$$\begin{aligned} P(O|\lambda) &= \sum_X P(O|X, \lambda)P(X|\lambda) \\ &= \sum_{1,2,\dots,T} \pi(1)b_1(O_1)a_{12}b_2(O_2)a_{23} \dots a_{T-1,T} b_T(O_T) \end{aligned}$$

Untuk menghitung $P(O|\lambda)$ diperlukan $2T.N^T$ kali operasi perhitungan, dengan N^T adalah kemungkinan *hidden state* yang terjadi jika barisan observasi sepanjang T dan *hidden state*-nya sebanyak N . Sehingga meskipun untuk N dan T yang bernilai kecil, jumlah operasi perhitungan yang dibutuhkan secara komputasional akan sangat banyak. Karena itulah dibutuhkan algoritma yang lebih efisien untuk menyelesaikan masalah *evaluation*. Algoritma yang banyak digunakan untuk penyelesaian masalah *evaluation* adalah algoritma *Forward* dan algoritma *Backward*.

2. Menentukan Barisan Keadaan Tersembunyi

Permasalahan kedua pada HMM adalah *decoding problem*, yaitu menentukan barisan *state* terbaik (optimal) yang berasosiasi dengan barisan observasi O dari sebuah model λ yang juga telah diketahui. Barisan *state* yang optimal didefinisikan sebagai barisan *state* yang mempunyai probabilitas tertinggi dalam menghasilkan barisan observasi yang telah diketahui sebelumnya. Sehingga pada akhirnya diperoleh suatu barisan *state* X yang akan memaksimalkan $P(O|X, \lambda)$. Namun, untuk suatu barisan observasi sepanjang T dan N *hidden states*, akan dihasilkan sebanyak N^T barisan yang mungkin untuk X .

Misalkan didefinisikan $\gamma_t(i)$ di mana $\gamma_t(i) = P(X_t = i|O, \lambda)$. Jika $\gamma_t(i)$ dijumlahkan terhadap i , karena $x_t = i$ merupakan partisi dari X maka menurut aturan Bayes mengenai partisi [7], hasilnya menjadi

$$\sum_{i=1}^N \gamma_t(i) = P(x_t = i|O, \lambda) = 1.$$

Sehingga, bisa dinyatakan bahwa *state* yang paling optimal untuk masing-masing t bisa diperoleh dari :

$$X_t^* = \arg \max_{1 \leq i \leq N} \gamma_t(i).$$

Dengan demikian akan dihasilkan barisan *states* yang paling optimal yaitu, $X^* = X_1^*, X_2^*, \dots, X_T^*$ untuk suatu observasi $O = O_1, O_2, \dots, O_T$ yang diberikan. Sayangnya, pencarian barisan *states* yang paling optimal dengan cara tersebut, berpeluang menghasilkan barisan yang tidak valid, karena tidak mempertimbangkan probabilitas transisi *state* [6]. Karena itu, untuk menghindari masalah tersebut, perlu digunakan suatu metode yang mempertimbangkan probabilitas transisi *state* pada proses pencarian barisan *state* yang paling optimal. Metode yang banyak digunakan untuk penyelesaian masalah ini antara lain algoritma Viterbi.

3. Menaksir Parameter-parameter HMM

Permasalahan ketiga berkaitan dengan bagaimana menentukan estimasi 3 parameter HMM A, B dan π sehingga terbentuk model baru $\hat{\lambda}(\hat{A}, \hat{B}, \hat{\pi})$ di mana $P(O|\hat{\lambda}) \geq P(O|\lambda)$ [7]. Dengan kata lain, permasalahan ketiga adalah masalah optimasi, dan permasalahan yang harus dipecahkan adalah mengestimasi model terbaik yang dapat menjelaskan suatu barisan observasi. Untuk menyelesaikan permasalahan terakhir pada HMM ini, biasanya digunakan algoritma Baum-Welch yang merupakan kasus khusus dari algoritma EM (Ekspektasi Maksimum) [6].

METODOLOGI PENELITIAN

Sumber data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data kurs jual dan beli Dolar Amerika Serikat terhadap Rupiah. Periode harian dari tanggal 23 Juni 2014 sampai 31 Juli 2015 dengan jumlah observasi 273. Data yang diambil berupa nilai tukar rupiah terhadap dollar US.

Metode Kerja

1) Tahap Penentuan Parameter Input

Berikut ini adalah tahap-tahap penentuan parameter input :

1. Kurs jual dan beli diurutkan dari hari pertama sampai hari terakhir pengamatan.
2. Mencari selisih antara kurs jual dan beli pada saat hari ke- t dengan hari ke- $(t - 1)$.
3. Nilai selisih tersebut diberi label. Jika nilainya ≥ 0 maka beri label I , artinya naik (*increasing*) sedangkan jika nilainya < 0 maka beri label D , artinya turun (*decreasing*).
4. Menentukan banyak *state* yang akan digunakan.
5. Mencari dan membagi interval antar *state* dengan menggunakan nilai rata-rata pada masing-masing nilai naik dan turun.
6. Nilai selisih diberi label $S1, S2, S3, S4$ sesuai dengan interval masing-masing *state*.
7. Mencari matriks transisi dan matriks emisi dari data tersebut.
8. Mencari vektor peluang awal atau biasa disebut π .

2) Tahap Menyelesaikan Masalah-Masalah Pada HMM

A. Menghitung peluang observasi menggunakan Algoritma *Forward* dan Algoritma Langkah-langkah Algoritma *Forward*

a) Tahap Inisialisasi

Mencari nilai $\alpha_1(i) = \pi(i)b_i(O_1)$.

b) Tahap Induksi

Mencari nilai $\alpha_{t+1}(j) = \{\sum_{i=1}^N \alpha_t(i)a_{ij}\}b_j(O_{t+1})$.

c) Tahap Terminasi

Mencari nilai $P(O|\lambda) = \sum_{i=1}^N \alpha_T(i)$.

Langkah-langkah Algoritma *Backward*

a) Tahap Inisialisasi

Menetapkan nilai $\beta_T(i) = 1$.

b) Tahap Induksi

Mencari nilai $\beta_t(i) = \sum_{j=1}^N b_j(O_{t+1})\beta_{t+1}(j)a_{ij}$.

c) Tahap Terminasi

Mencari nilai $P(O|\lambda) = \sum_{i=1}^N b_i(O_1)\pi(i)\beta_1(i)$.

B. Menentukan barisan keadaan tersembunyi menggunakan Algoritma Viterbi
Langkah-langkah Algoritma Viterbi

a) Tahap Inisialisasi

Mencari nilai $\delta_1(i) = b_i(O_1)\pi(i)$ saat $t=1$. Pada tahap ini, nilai $\psi_1(i) = 0$.

b) Tahap Rekursi

Mencari barisan maksimum dari nilai maksimum saat waktu t .

$$\delta_t(j) = b_j(O_t) \max_{1 \leq i \leq N} \{a_{ij}\delta_{t-1}(i)\}.$$

c) Tahap Terminasi

$$P^* = \max_{1 \leq i \leq N} \{\delta_T(i)\},$$

$$X_T^* = \arg \max_{1 \leq i \leq N} \{\delta_T(i)\}.$$

d) Tahap Backtracking

Mencari barisan optimal dari hasil tahap rekursi.

$$X_T^* = \psi_{t+1}(X_{t+1}^*), t = T - 1, T - 2, \dots, 1.$$

C. Menaksir parameter-parameter HMM

Langkah-langkah Algoritma Baum-Welch

a) Mencari probabilitas proses berada pada *state-i* pada waktu t dan berada pada *state-j* pada waktu j :

$$\xi_t(i, j) = \frac{\alpha_t(i)a_{ij}b_j(O_{t+1})\beta_{t+1}(j)}{P(O|\lambda)}.$$

b) Mencari peluang proses berada pada *state i* pada waktu t :

$$\gamma_t(i) = \sum_{j=1}^N \xi_t(i, j).$$

c) Mencari penaksir parameter

$$\hat{\pi}(i) = \gamma_1(i).$$

d) Mencari penaksir

$$\hat{a}_{ij} = \frac{\sum_{t=1}^{T-1} \xi_t(i, j)}{\sum_{t=1}^{T-1} \gamma_t(i)}.$$

e) Mencari penaksir

$$\hat{b}_i(j) = \frac{\sum_{t=1, O_t=j}^T \gamma_t(i)}{\sum_{t=1}^T \gamma_t(i)}.$$

HASIL DAN PEMBAHASAN

1. Prediksi Pergerakan Kurs Beli Dolar Amerika terhadap Rupiah

Berdasarkan data yang diolah, diperoleh nilai rata-rata untuk kategori turun adalah (-45,09) dan nilai terkecilnya adalah (-180). Sedangkan untuk kategori naik adalah (40,42) dan nilai terbesarnya adalah (292). Selanjutnya menentukan interval dimasing-masing kategori. Untuk kategori turun dibagi menjadi dua *state*, yaitu *state1* dan *state2*. Interval untuk *state1* adalah -180 sampai -45,09 dan untuk *state2* adalah -45,08 sampai 0. Sedangkan untuk kategori naik dibagi menjadi dua *state*, yaitu *state3* dan *state4*. Interval untuk *state3* adalah 0,001 sampai 40,42 dan untuk *state4* adalah 40,43 sampai 299.

Matriks transisi yang diperoleh disajikan pada Gambar 2, matriks emisi yang diperoleh disajikan pada Gambar 3 serta didapat vektor peluang keadaan awal $\pi_A = (0,14 \ 0,29 \ 0,34 \ 0,23)$.

Pada penelitian ini, peneliti memilih tiga hari untuk diprediksi. Misalkan jika ternyata dari tiga hari prediksi hanya dua hari yang benar menurut hasil di kehidupan nyata, maka prediksi ini dapat digunakan. Permasalahan pertama diselesaikan dengan menggunakan

algoritma *Forward* dan algoritma *Backward*. Karena peneliti memilih $T=3$ maka terdapat 8 kemungkinan barisan observasi, yaitu $O=(naik, naik, naik)$; $O=(naik, naik, turun)$; $O=(naik, turun, naik)$; $O=(naik, turun, turun)$; $O=(turun, naik, naik)$; $O=(turun, naik, turun)$; $O=(turun, turun, naik)$; $O=(turun, turun, turun)$. Dari hasil algoritma *Forward* dan *Backward*, barisan observasi yang memiliki nilai peluang terbesar adalah $O=(turun, turun, turun)$ dengan peluang 0.18. Karena nilai peluang barisan observasi masih di bawah 0,5 yang berarti barisan observasi tersebut belum optimal.

$$A_1 = \begin{matrix} & S_1 & S_2 & S_3 & S_4 \\ \begin{matrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0.36 & 0.15 & 0.36 & 0.13 \\ 0.1 & 0.23 & 0.37 & 0.3 \\ 0.09 & 0.33 & 0.35 & 0.23 \\ 0.14 & 0.38 & 0.26 & 0.22 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Gambar 2. Matriks Transisi Pergerakan Kurs Beli Dolar Amerika Serikat terhadap Rupiah

$$B_1 = \begin{matrix} & \begin{pmatrix} I & D \end{pmatrix} \\ \begin{matrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0.49 & 0.51 \\ 0.67 & 0.33 \\ 0.58 & 0.42 \\ 0.48 & 0.52 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Gambar 3. Matriks Emisi Pergerakan Kurs Beli Dolar Amerika Serikat terhadap Rupiah

Permasalahan kedua pada HMM adalah bagaimana menentukan barisan *hidden states* yang paling optimal, dalam hal ini tingkat kurs beli Dolar yang paling mungkin menyebabkan investor memilih pergerakan kurs beli Dolar sesuai dengan barisan observasi yang ingin ditinjau. Permasalahan tersebut akan diselesaikan dengan menggunakan Algoritma Viterbi dengan barisan observasi yang digunakan adalah hasil algoritma *Forward* dan *Backward* yaitu $O=(turun, turun, turun)$. Jadi, kurs beli Dolar dengan barisan observasi yang paling optimal adalah: $X^* = \{S_3, S_2, S_3\}$.

Dari hasil tersebut, dapat dibandingkan nilai prediksi dengan nilai asli kurs beli Dolar, yang disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1 Perbandingan Nilai Prediksi dengan Nilai Asli Kurs Beli Dolar terhadap Rupiah

Waktu	Nilai Prediksi	Nilai Asli
Hari Terakhir Pengamatan	13.414,00	13.414,00
Prediksi Hari Pertama	[13.414,001 ; 13.454,42]	13.425,00
Prediksi Hari Kedua	[13.368,921 ; 13.454,42]	13.449,00
Prediksi Hari Ketiga	[13.368,922 ; 13.494,84]	13.461,00

Pada hari terakhir pengamatan, kurs beli Dolar berada pada nilai 13.414,00. Berdasarkan barisan keadaan tersembunyi yang paling optimal di atas maka pada prediksi hari pertama kurs beli Dolar akan mengalami kenaikan sebesar [0,001 ; 40,42]. Jadi kurs beli Dolar di hari pertama akan berada di *range* [13.414,001 ; 13.454,42]. Kemudian pada prediksi hari kedua

kurs beli Dolar akan mengalami penurunan sebesar $[-45,08 ; 0]$. Jadi kurs beli Dolar di hari kedua akan berada di *range* $[13.368,921 ; 13.454,42]$. Dan prediksi hari ketiga kurs beli Dolar akan mengalami kenaikan sebesar $[0,001 ; 40,42]$. Jadi kurs beli Dolar di hari ketiga akan berada di *range* $[13.368,922 ; 13.494,84]$. Karena nilai asli kurs beli Dolar ada pada interval selang nilai prediksi yang diperoleh maka prediksi dari ketiga hari sudah sesuai. Oleh karena itu, nilai kurs beli Dolar pada penelitian ini cocok jika dimodelkan dengan HMM.

Selanjutnya, agar model HMM ini dapat digunakan untuk waktu yang akan datang tanpa menentukan ulang parameter input maka dilakukan penaksiran parameter-parameter HMM yang optimal dari data yang diolah dengan menggunakan algoritma *Baum-Welch*.

Dari hasil pengolahan menggunakan algoritma *Baum-Welch* diperoleh:

- a. Nilai taksiran peluang keadaan awal untuk $t = 1$, yaitu :

$$\pi_A = [\gamma_1(1) \quad \gamma_1(2) \quad \gamma_1(3) \quad \gamma_1(4)] = [0.2 \quad 0.3 \quad 0.3 \quad 0.2]$$

Nilai diatas adalah taksiran peluang awal. Artinya agar nilai $P(O|\hat{\lambda}) \geq P(O|\lambda)$ terpenuhi, maka probabilitas proses berada pada *state1* adalah sebesar 0,2 ; untuk *state2* adalah sebesar 0,3 ; untuk *state3* adalah sebesar 0,3 ; untuk *state4* adalah sebesar 0,2.

b. Taksiran matriks transisi, yaitu $\hat{A}_1 =$

	S_1	S_2	S_3	S_4
S_1	0.37	0.15	0.35	0.13
S_2	0.11	0.22	0.36	0.31
S_3	0.09	0.32	0.35	0.24
S_4	0.14	0.39	0.25	0.22

Matriks tersebut menggambarkan bahwa untuk mencapai nilai $P(O|\hat{\lambda}) \geq P(O|\lambda)$ maka probabilitas transisi dari kurs beli Dolar pada *state1* ke *state1* sebesar 0,37 , dari kurs beli Dolar pada *state1* ke *state2* sebesar 0,15 dan seterusnya bisa dilihat pada matriks \hat{A}_1 .

c. Taksiran matriks emisi, yaitu $B_1 =$

	I	D
S_1	0.45	0.55
S_2	0.61	0.39
S_3	0.50	0.50
S_4	0.40	0.60

Matriks tersebut menggambarkan bahwa untuk mencapai $P(O|\hat{\lambda}) \geq P(O|\lambda)$ maka probabilitas kurs beli Dolar pada *state1* saat besok kurs beli Dolar naik adalah sebesar 0,45. Probabilitas kurs beli Dolar pada *state2* saat besok kurs beli Dolar naik adalah sebesar 0,61 dan seterusnya bisa dilihat pada matriks \hat{B}_1 .

2. Prediksi Pergerakan Kurs Jual Dolar Amerika terhadap Rupiah

Berdasarkan data yang diolah, diperoleh nilai rata-rata untuk kategori turun adalah $(-45,56)$ dan nilai terkecilnya adalah (-182) . Sedangkan untuk kategori naik adalah $(40,83)$ dan nilai terbesarnya adalah (303) . Selanjutnya menentukan interval dimasing-masing kategori. Untuk kategori turun dibagi menjadi dua *state*, yaitu *state1* dan *state2*. Interval untuk *state1* adalah -182 sampai $-45,56$ dan untuk *state2* adalah $-45,55$ sampai 0 . Sedangkan untuk kategori naik dibagi menjadi dua *state*, yaitu *state3* dan *state4*. Interval untuk *state3* adalah $0,001$ sampai $40,83$ dan untuk *state4* adalah $40,84$ sampai 303 . Matriks transisi yang diperoleh disajikan pada Gambar 4 dan matriks emisi yang diperoleh disajikan pada Gambar 5 dengan vektor peluang keadaan awal adalah $\pi_B = (0,14 \quad 0,29 \quad 0,34 \quad 0,23)$.

Selanjutnya, dengan cara yang sama pada kurs beli ($T=3$) diperoleh penyelesaian permasalahan pertama pada kurs jual Dolar yaitu barisan observasi yang memiliki nilai peluang terbesar adalah $O=(turun, turun, turun)$ dengan peluang 0.18. Nilai peluang barisan observasi masih di bawah 0,5 yang berarti barisan observasi tersebut belum optimal. Dengan menggunakan algoritma *Viterbi*, diperoleh kurs jual Dolar barisan observasi yang paling optimal adalah $X^* = \{S_2, S_3, S_2\}$. Dari hasil tersebut, dapat dibandingkan nilai prediksi dengan nilai asli kurs jual Dolar, yang disajikan pada Tabel 2. Nilai asli pada hari kedua dan ketiga ada diselang nilai prediksi sehingga prediksi hari kedua dan ketiga sudah tepat. Sedangkan pada hari pertama selang prediksinya tidak memuat nilai asli sehingga prediksinya tidak tepat. Walaupun demikian, karena terdapat dua hari yang menghasilkan prediksi tepat dari 3 hari ke depan yang diprediksi maka kurs jual Dolar dapat dimodelkan dengan HMM.

$$A_2 = \begin{matrix} & S_1 & S_2 & S_3 & S_4 \\ \begin{matrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \end{matrix} & \left\| \begin{matrix} 0.35 & 0.16 & 0.35 & 0.14 \\ 0.1 & 0.24 & 0.37 & 0.29 \\ 0.08 & 0.35 & 0.35 & 0.22 \\ 0.14 & 0.37 & 0.26 & 0.23 \end{matrix} \right\| \end{matrix}$$

Gambar 4. Matriks Transisi Pergerakan Kurs Jual Dolar Amerika Serikat terhadap Rupiah

$$B_2 = \begin{matrix} & \begin{pmatrix} I & D \end{pmatrix} \\ \begin{matrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0.51 & 0.49 \\ 0.34 & 0.66 \\ 0.42 & 0.58 \\ 0.52 & 0.48 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Gambar 5. Matriks Emisi Pergerakan Kurs Jual Dolar Amerika Serikat terhadap Rupiah

Tabel 2 Perbandingan Nilai Prediksi dengan Nilai Asli Kurs Jual Dolar terhadap Rupiah

Waktu	Nilai Prediksi	Nilai Asli
Hari Terakhir Pengamatan	13.548,00	13.548,00
Prediksi Hari Pertama	[13.502,45 ; 13.548,00]	13.559,00
Prediksi Hari Kedua	[13.502,451 ; 13.588,83]	13.562,00
Prediksi Hari Ketiga	[13.456,901 ; 13.588,83]	13.585,00

Hasil penaksiran parameter-parameter model HMM yang optimal dari data kurs jual Dolar sebagai berikut

- a. Nilai taksiran peluang keadaan awal saat $t=1$, yaitu

$$\pi_B = [\gamma_2(1) \ \gamma_2(2) \ \gamma_2(3) \ \gamma_2(4)] = [0.13 \ 0.31 \ 0.36 \ 0.20]$$

- b. Taksiran matriks transisi: $\hat{A}_2 = \begin{matrix} & S_1 & S_2 & S_3 & S_4 \\ \begin{matrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \end{matrix} & \left\| \begin{matrix} 0.34 & 0.16 & 0.36 & 0.14 \\ 0.10 & 0.22 & 0.38 & 0.30 \\ 0.08 & 0.34 & 0.36 & 0.22 \\ 0.14 & 0.37 & 0.26 & 0.23 \end{matrix} \right\| \end{matrix}$

c. Taksiran matriks emisi: $B_2 = S_2 \begin{pmatrix} I & D \\ S_1 & 0.55 & 0.45 \\ S_2 & 0.39 & 0.61 \\ S_3 & 0.51 & 0.49 \\ S_4 & 0.60 & 0.40 \end{pmatrix}$.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang telah diuraikan sebelumnya, dapat disimpulkan sebagai berikut :

1. Pengelompokan *state* yang diperoleh pada kurs beli adalah penurunan kurs beli sangat kecil (S_1) dengan *range* [-180 ; -45.09], penurunan kurs beli kecil (S_2) dengan *range* [-45.08 ; 0], kenaikan kurs beli besar (S_3) dengan *range* [0.001 ; 40.42] dan kenaikan kurs beli sangat besar (S_4) dengan *range* [40.43 ; 299].
2. Pengelompokan *state* yang diperoleh pada kurs jual adalah penurunan kurs jual sangat kecil (S_1) dengan *range* [-182 ; -45.56], penurunan kurs jual kecil (S_2) dengan *range* [-45,55 ; 0], kenaikan kurs jual besar (S_3) dengan *range* [0.001 ; 40.83] dan kenaikan kurs jual sangat besar (S_4) dengan *range* [40,84 ; 303].
3. Barisan observasi yang paling optimal pada kurs beli Dolar adalah $X^* = \{S_3, S_2, S_3\}$ dan barisan observasi yang paling optimal pada kurs jual Dolar adalah $X^* = \{S_2, S_3, S_2\}$.
4. Kurs beli dan kurs jual Dolar Amerika Serikat terhadap Rupiah dapat dimodelkan dengan *Hidden Markov Model* (HMM). Prediksi kurs beli dari tiga hari ke depan semuanya sudah tepat, sedangkan kurs jual dari tiga hari prediksi hanya prediksi hari pertama yang masih kurang tepat.

REFERENSI

- [1] Pratikno, Dedy. 2006. *Analisis Pengaruh Nilai Tukar Rupiah, Inflasi, SBI, dan Indeks Dow Jones Terhadap Pergerakan Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG) di Bursa Efek Indonesia (BEI)*. Jurnal Riset Ekonomi dan Manajemen
- [2] Permatasari, Hayuk, Budi Warsito, dan Sugito. 2014. *Pemodelan Markov Switching Vektor Autoregressive (MSVAR)*. Jurnal Gaussian, Volume 3, Nomor 3, Hal 421-430.
- [3] Elvitra, C.W., Budi Warsito, dan Abdul Hoyyi. 2013. *Metode Peramalan dengan Menggunakan Model Volatilitas Asymmetric Power ARCH (APARCH)*. Jurnal Gaussian, Volume 2, Nomor 4, Hal 289-300.
- [4] Triyono. 2008. *Analisis Perubahan Kurs Rupiah terhadap Dollar Amerika*. Jurnal Ekonomi Pembangunan. 9(II).
- [5] Rabiner, LR. 1989. "A Tutorial in Hidden Markov Models and Selected Applications in Speech Recognition". *Jurnal IEEE*.
- [6] Wijayakusuma, Intan. 2012. *Model Nilai Tukar Dollar Singapura terhadap Rupiah Menggunakan Markov Switching ARCH*. Prosiding Seminar Nasional Matematika.
- [7] Aditya Gupta and Bhuwan Dhingra, Non-Student members. 2012. "Stock Market Prediction Using Hidden Markov Models". *Jurnal IEEE*.